

## ТЕХНОЛОГИИ ЗА ВЪВЕЖДАНЕ И ИЗОБРАЗЯВАНЕ НА МАТЕМАТИЧЕСКИ ФОРМУЛИ В УЕБ 2.0 ПРИЛОЖЕНИЯ

**Филип Петров**

*кат. Математика, ЮЗУ „Неофит Рилски”, ул. Иван Михайлов 66, Благоевград*

**Резюме:** Въвеждането на математически формули в текст на компютър е стар проблем, добре познат от писането на учебници. Съществуват утвърдени софтуерни приложения към текстообработващи програми като LaTeX и MathType, които са се наложили като стандарт в писането на математически текст. Същата проблематика естествено беше пренесена и в представянето на информация в интернет. С бързото навлизане на уеб 2.0 технологиите се сблъскваме с един съвсем нов проблем за областта – възможността на потребители на системата активно да допълват учебното съдържание. По този начин се достигна до естествената нужда не просто от предоставяне на възможност за въвеждане на математически формули в представяния текст, а от технически лесното им въграждане в стандартни уеб форми и най-вече удобното и интуитивно въвеждане на самите формули от страна на потребители, които не са напълно запознати със синтаксиса на езика, който се използва. В най-добрия случай се търси именно такава технология, която предоставя възможност на потребителите да въвеждат математически формули почти без никаква предварителна подготовка.

**Ключови думи:** уеб 2.0, електронно обучение, уеб базирано обучение, LaTeX, MathML, математически формули, комуникация между потребители.

### ВЪВЕДЕНИЕ

При писането на учебници и доклади за конференции все още двата най-разпространени стандарта са MathType [3] (основно използван като добавка за популярния редактор Microsoft Word) и различни текстови редактори поддържащи LaTeX [9] (маркиращ език за въвеждане на математически формули). И двете технологии имат съответни модули за адаптация в интернет страници. LaTeX има множество различни приложения, част от които ще разгледаме в настоящото съобщение. За MathType това е така наречената MathPage [13] технология. Тя всъщност се възползва от унифицирания от w3.org стандарт за писане на формули в HTML, наречен MathML [24] – създаден специално за интернет приложения.

### ФОРМУЛИТЕ КАТО КАРТИНКИ

Проблемът за въвеждане на математически формули в уеб страници стои още от зората на интернет. Тогава по естествен път се наложи една практика за експортиране на математическата формула във вид на картинка и

показването ѝ в интернет страницата чрез `<img../>` таг. В [20] са изброени няколко основни недостатъка на този подход:

- Картинките не са мащабируеми както обикновения текст. Това означава, че при промяна на размера се губи качество;
- Шрифтът използван при писането на формулата е фиксиран. Ако уеб страницата позволява промяна на шрифта – тя не се отразява на формулите;
- Картинките увеличават значително обема на сваляната информация;
- Търсачките не могат да индексират текст въведен в картинка;
- Не е тривиално да се вземе формула от картинка и чрез OCR софтуер да се прехвърли в специализирана програма за обработка на математически задачи.

Излизайки извън сферата на традиционните уеб страници и интегрирайки различни възможности за комуникация между потребителите на даден сайт се зароди терминът “уеб 2.0”, описан в [10]. Технологиите използвани в уеб 2.0 постепенно започнаха да се адаптират и използват и за обучение [1]. Когато става дума именно за обучение по математика изниква още един сериозен проблем – въвеждането на математически формули от страна на потребителите на приложението (т.е. учениците). Техниката за използване на картинки е работеща, но в никакъв случай не може да бъде определена като удобна. Двата основни недостатъка според авторът на статията са:

- Изисква се потребителите да имат предварително инсталиран софтуер използващ *Latex*, *MathType* или подобни на своя собствен компютър;
- Изключително трудно е да се спазва единен стил на изобразената информация – потребителите често използват различни шрифтове и големина на текста в своите формули;

Въпреки споменатите проблеми практиката за публикуване на формули като картинки е може би най-широко разпространения метод и до днес. Дали това се дължи на инертна традиция, на непознаване на новите технологии или на несъвършенство на новите технологии – това следва да бъде проучено и анализирано внимателно. В следващите глави на тази статия ще бъдат разгледани именно съвременните технологии в писането на математически формули в интернет като се започне от най-общото („компиляторът“) и се стигне до конкретни софтуерни продукти с практически удобна реализация.

## **LATEX И ИНТЕРНЕТ ПРИЛОЖЕНИЯТА**

Повечето адаптации на редактори за *Latex* формули в интернет се възползват от техниката за публикуване на формули като картинки, която бе описана в предишната глава. Разликата е, че картинките не се публикуват

статично на сървъра, а се генерират при всяко влизане на страницата. Кодът на LaTeX обикновено се записва в база данни, а при изобразяването му на екрана се конвертира като картинка от софтуер инсталиран на сървъра. Този подход веднага разрешава двата проблема за уеб 2.0 приложенията, които бе споменат в предишната глава – стилът на шрифта и големината му вече се контролира централизирано от сървъра, а потребителите нямат нужда да имат специализиран математически софтуер на своя компютър.

Съществуват различни безплатни софтуерни продукти, които реализират тази функционалност. Най-популярните от тях са:

- **mimeTex** [15] – CGI скрипт, който приема LaTeX код и връща като резултат генерирана картинка. Кодът се подава към скрипта с параметър: ``. Вгражда се изключително лесно в уеб 2.0 приложения като форуми, блогове и социални мрежи. Не се използват пълните възможности на езика, но за обща употреба е напълно достатъчно. Не изисква инсталирането на допълнителен софтуер на сървъра;
- **mathTex** [14] – отново CGI скрипт, който се счита за наследник на mimeTex. За разлика от своя предшественик тук се използват пълните възможности на езика, защото скрипта комуникира с реално инсталирано LaTeX приложение. Това от своя страна е както предимство, така и недостатък – рядко се намират хостинг сървъри, на които има инсталиран LaTeX. Това е и основна спънка за по-широка употреба на mathTex. Използването му в HTML код е напълно аналогично с mimeTex;
- **LatexRender** [26] – конкретно този продукт е специализирано разширение за Wordpress [28], но в случая неговия основен PHP файл може лесно да бъде използван и интегриран към други всякакви системи. Затова тук ще го разгледаме по-скоро като стандартен подход, а не като конкретен софтуерен продукт. Това разширение стандартно използва LaTeX в комбинация с ImageMagick [11] за генериране на картинки. Резултатните картинки с формули се записват в директория на сървъра, което позволява тяхното кеширане и съответно намаляват натоварването на сървъра. Подобна техника беше използвана за създаване на продукти за разработка на „Диалогово-обучаващи програми“ разгледани в [22], [23] и [12]. Предимството на този подход спрямо mathTex е, че не се използва „външно“ CGI приложение, а всичко минава през PHP engine;
- **jsMath** [6] – използва се JavaScript [27] файл (jsMath.js), който се вмъква в HTML кода на страницата. При нужда от изобразяване на

математическа формула се прави обръщение с Тех код към него, например: `<div class="math">\int \sin x \, dx = -\cos x + C</div>`. Изключително предимство на jsMath спрямо досега изброените приложения е това, че не се изисква инсталиран софтуер на сървъра (т.е. работи с всякакъв уеб хостинг), формулите се генерират от брауъра на клиента, а не на сървъра (т.е. използваме процесорната мощ на потребителите) и не на последно място формулите не се изобразяват като картинки, а като текст. Последното разрешава проблемите с мащабируемостта на страниците, както и индексването в търсачки. За съжаление от 2009г. jsMath не се поддържа от разработчиците и нови версии не са излизали, но идеята е развита от трети независими разработчици (погледнете информацията за MathJax от следващата глава). Някои налични проблеми с последната версия на jsMath са описани в [17] – не се поддържа от Орега, бавно изобразяване на мобилни устройства (заради тяхната ниска процесорна мощ), мащабирането на формулите в определени случаи може да излиза с грешки;

- PHPMathPublisher [19] – по същество идеята е същата както при LaTeXRender и подобните скриптове (генерира се картинка на базата на Тех-подобен код), но в този специализиран продукт не се изисква наличието на LaTeX и ImageMagick на сървъра. Приложението работи с широко използвания език за програмиране PHP и се нуждае само от доста популярната библиотека GD. По този начин задачата за инсталиране се облекчава значително – PHPMathPublisher ще работи на повечето уеб хостове. Езикът, който се използва не е пълно функционален LaTeX код, но е много подобен. Например в разширението за Wordpress наречено WPMathPub, разгледано в [18], използва PHPMathPublisher и синтаксисът на формулите е следният: `<pmath size=14>\int_0^2 (x^2 + \sin x)dx = 4.08</pmath>`;
- ZohoWriter [29] – това е специализирано Wiki приложение, което предлага напълно функционален WYSIWYG редактор за Тех код (наречен “Latex equation editor”). Интерфейсът е много подобен на Word, което прави ZohoWriter много интуитивен и лесен за ученици, които са запознати с офис пакета на Microsoft, като не се изисква познаване на синтаксиса на LaTeX. Предоставено е API, с което би могло да се постигне интеграция на функционалности от ZohoWriter в други приложения и уеб сайтове. Авторите на настоящото съобщение изказват мнение, че ZohoWriter има много обещаващо бъдеще, ако бъде предоставена възможност за напълно автономна и лесна инсталация и интеграция към популярни форумни и блог приложения;

- CodeCogs Latex Editor [4] – предлага изключително лесен за интеграция в уеб форми WYSIWYG редактор за писане на Latex код. Макар и безплатен за употреба този редактор има един голям недостатък – не се позволява автономно инсталиране на трети сървър. Единствената предоставена възможност е да се изпращат заявки към сървъра на разработчиците, а това от своя страна е голяма спънка за интеграцията на този редактор в сериозни приложения. От друга страна това само по себе си е и предимство за по-малки проекти, защото не се изисква инсталиране на Latex или какъвто и да е друг скрипт на сървъра на приложението. Предлага се и лесна интеграция с популярни редактори като TinyMCE, което прави използването на този редактор лесно при форуми и блогове.

Вижда се ясно, че представените технологии за Latex в уеб 2.0 приложения „страдат“ основно от нуждата за инсталиран Latex на сървъра (за пълно функционално използване), както и от това, че интернет браузърите нямат вградена функционалност за изобразяване на Latex код.

### MATHML

През 1998г. W3C въведе стандарта MathML. Той е т.нар. „маркиращ език“ на основата на XML. От тогава са излезли две съществени ревизии на езика – версия 2.0 през 2003г. и версия 3.0 през 2010г. Последната версия 3.0 е обратно съвместима с 2.0, което прави преходът плавен и безпроблемен. Изключително лесно е вграждането на MathML в XHTML или HTML5 страници чрез използването на XML namespaces. Формулите се изобразяват в текстов вид. Основен недостатък все още е липсата на широка и пълна поддръжка на функционалностите дори от най-модерните браузъри. Например Internet Explorer до версия 8 и Opera не успяват да изобразят страници с MathML код. Някои проекти като UMM [25] (PHP скрипт, който преобразува формулата в картинка ако засече, че е необходимо) са специално предназначени за разрешаването на този проблем.

При всички положения директното въвеждане на MathML код във форми не е удобно за крайните потребители. Затова за реална употреба се използват WYSIWYG редактори или опростени езици, които в последствие се конвертират към MathML. В настоящото съобщение ще бъде поставен фокус върху редакторите, които поддържат MathML.

- FireMath [8] – това разширение работи само за браузърите Firefox с версии от 3.5 или по-нови. Изисква и инсталирането на допълнителни шрифтове. Формулите се пишат изцяло с визуален редактор, който предлага богата гама от възможности. Според общата нагласа в интернет FireMath в момента се е превърнал в едно от основните средства за писане на MathML код за уеб страници. Приложението му

в уеб 2.0 обаче е силно ограничено – поддържа се само от Firefox и изисква инсталирането на разширението;

- ASCIIMathML [21] – това е приложение писано на javascript, което работи безпроблемно под Firefox, но за съжаление за Internet Explorer се изисква инсталирането на допълнително разширение в клиентския браузър. ASCIIMathML използва свой собствен език за форматиране на формулите, който в последствие се конвертира до MathML код. Ето един пример:  $\int_0^{2\pi} \sin x \, dx = 0$ . Формулите се ограждат с апострофи или с думите “amath” и “endmath”, което указва на скрипта, че трябва да изобразява математически текст. Покрива много голяма част от възможностите на MathML, като например позволява дори изобразяване на графики на функции. Основно предимство е, че не се използват предефинирани шрифтове, а се използва шрифта на обграждащия формулата текст в съответния параграф. Безпроблемното увеличаване на изгледа (zoom) и лесната възможност за надграждане чрез специализирани форми за редакция са други основни характеристики, които го правят удачен избор за уеб 2.0 приложения;
- MathJax [16] – реализиран чрез просто добавяне на javascript, MathJax позволява изобразяване както на MathML, така и на Latex код, което го прави един от най-мощните безплатни скриптове за изобразяване на математически формули. Освен това е съвместим с всички най-популярни браузъри (Internet Explorer, Firefox, Opera, Chrome, Safari и др.) без нужда от инсталиране на каквито и да е разширения на потребителската машина. Това е постигнато, като за обратна съвместимост с браузърите има огромен набор от картинки, които се използват за изобразяване на части от формулите. Основен недостатък е големината на цялото приложение – съдържа над 30 000 файла с общ размер 125MB. Друго изключително важно предимство е, че се позволява функционалност “copy-paste”, т.е. формулите лесно може да се копират от една форма на сайт в друга. Това впрочем е отбелязано специално от разработчиците на популярния софтуер MathType в [7]. Изобразяването на формулите е относително бавно в сравнение с другите алтернативи;
- DragMath [2] – реализиран като Java аplet това е WYSIWYG редактор, който позволява изобразяването както на MathML, така и на Latex код. Поради изключително лесната си инсталация и възможности за експортиране в различни формати, често се явява като предпочитан редактор в доста приложения – например може често да бъде видян интегриран към системи на Moodle. Изискването за Java Runtime Environment и сравнителното бавно зареждане на

редактора в браузъра може да се отбележат като единствените по-големи недостатъци;

- Connexions MathML Editor [5] – изключително семпъл и много удобен WYSIWYG редактор за MathML код. Използването му е много интуитивно и е подходящо за начинаещи потребители. В момента е в процес на разработка, като сорс кода е достъпен за свободно сваляне. За момента се поддържа само от Mozilla Firefox браузър.

От изброеното дотук е ясно, че MathML е силен конкурент на Latex, но липсата на достатъчно стандартизирана поддръжка от различните уеб браузъри го правят все още непопулярен избор.

## СРАВНЕНИЕ

Сравнението на посочените по-горе технологични решения е представено в Таблица 1.

Използвани са следните критерии за сравнение между изброените технологии: базов език Tex (T), MathML (M) или друг (O) базиран на един от двата; място на компилация от страна на клиент (K), сървър (S), трета страна (O) или без (N); изход като картинка (P), текстово (T) или смесено (M); нужда от инсталиране на софтуер от страна на сървъра (S), клиента (C) или без (N); мултиплатформена съвместимост с браузъри с възможни отговори „да“ (Y), „частично“ (P) в случаите когато има проблем с определен браузър или „не“ (N) при съвместимост само с един определен браузър; WYSIWYG редактор с възможни отговори „да“ (Y) или „не“ (N). Критериите са разширение на представените в [17,18].

Таблица 1. Сравнение на технологиите за въвеждане на формули във Web 2.0

Технология	Език	Компилация	Изход	Софтуер	Съвместимост	Редактор
ASCIIMM	O (M)	C	T	C	N	N
CodeCogs	T	O	P	N	Y	Y
Connexions	M	S	T	N	N	Y
DragMath	TM	S	T	S	Y	Y
FireMath	M	C	T	SC	N	Y
jsMath	T	C	T	N	P	N
LatexRender	T	S	P	S	Y	N
MathJax	M	C	T	N	Y	N
MathTex	T	S	P	S	Y	N
MimeTex	O (T)	S	P	S	Y	N
PHPMP	O (T)	S	P	N	Y	N
ZohoWriter	T	S	P	N	Y	Y
Картинки	LMO	N	P	N	Y	N

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изборът на технология за изобразяване на математически формули в уеб 2.0 приложения все още няма изявен лидер. При всички положения наличието на готов WYSIWYG редактор при формите за въвеждане на текст би трябвало да се счита за значително предимство, понеже не изисква учениците да познават синтаксиса на езика.

## ИЗПОЛЗВАНА ЛИТЕРАТУРА:

- [1] Филип Петров – „Уеб 2.0 обучение по математика“ в сборник „Синергетика и рефлексия в обучението по математика“, Пловдив, университетско издателство „Паисий Хилендарски“, 2010г.
- [2] Alex Billingsley, Chris Sangwin, “DragMath”, <http://www.dragmath.bham.ac.uk/> (достъпена 02.04.2011г.)
- [3] Campbell, K. Celeste – “Math type: A reasonable option for mathematical equations and formulas”, American Journal of Distance Education, Volume 5, Issue 1 1991 , pages 72 – 74.
- [4] CodeCogs Latex Editor, <http://www.codecogs.com/latex/eqneditor.php> (достъпена 02.04.2011г.)
- [5] Connexions Consortium, “Connexions MathML Editor”, <http://cnx.org/matheditor> (достъпена 02.04.2011г.)
- [6] Davide P. Cervone, jsMath: A Method of Including Mathematics in Web Pages, <http://www.math.union.edu/~dpvc/jsmath/welcome.html> (достъпена 02.04.2011г.)
- [7] Design Science, Inc., “MathType – Equations Everywhere and Anywhere”, [http://www.dessci.com/en/products/mathtype/works\\_with.htm?target=mathjax](http://www.dessci.com/en/products/mathtype/works_with.htm?target=mathjax) (достъпена 02.04.2011г.)
- [8] Firemath, <http://www.firemath.info/> ; <https://addons.mozilla.org/en-US/firefox/addon/firemath/> (достъпени 02.04.2011г.)
- [9] George Gratzer, “Math into Latex: An Introduction to Latex and AMS-Latex”, Birkhauser Boston ©1995, ISBN:0817638059
- [10] Governor, J. Hinchcliffe, D., Nickull, D – “Web 2.0 Architectures”, O'Reilly 2009.
- [11] ImageMagick, “Convert, Edit, and Compose Images”, <http://www.imagemagick.org> (достъпена 02.04.2011г.)
- [12] Itsufov, Ridvan; Petrov, Philip– “First steps in constructing a theory of educational dialogue computer programs”, MASSEE MICOM 2009.
- [13] James E. White, “Introducing Mathwright Microworlds”, Journal of Online Mathematics and its Applications.
- [14] John Forkosh, “mathTeX manual”, <http://www.forkosh.com/mathtex.html> (достъпена 02.04.2011г.)
- [15] John Forkosh, “mimeTeX quickstart”, <http://www.forkosh.com/mimetex.html> (достъпена 02.04.2011г.)



- [16] MathJax, “MathJax features and benefits”, <http://www.mathjax.org/> (достъпена 02.04.2011г.)
- [17] Murray Bourne, “jsMath in WordPress blogs”, <http://www.squarecirclez.com/blog/jsmath-in-wordpress-blogs/967> (достъпена 02.04.2011г.)
- [18] Murray Bourne, “Math rendering in WordPress using WPMathPub”, <http://www.squarecirclez.com/blog/math-rendering-in-wordpress-using-wpmathpub/1293> (достъпена 02.04.2011г.)
- [19] Pascal Brachet, “Web publishing system for mathematical documents” <http://www.xm1math.net/phpmathpublisher/> (достъпена 02.04.2011г.)
- [20] Paul Topping – “Mathematics on the Web: MathML and MathType”, 21 януари 1999г.
- [21] Peter Jipsen, “Translating ASCII math notation to Presentation MathML”, <http://www1.chapman.edu/~jipsen/asciimath.html> (достъпена 02.04.2011г.)
- [22] Petrov, Ph., Itsufov, R. – “Internet-based environment for development of educational dialogue-computer programs”, “Mathematics and Mathematical Education”, BAS 2009.
- [23] Petrov, Ph., Popov, A., Itsufov, R. – “Standardization of the development of educational dialogue computer programs”, “Proceedings of the 6th Mediterranean Conference on Mathematics Education”, 2009.
- [24] Ron Ausbrooks, Stephen Buswell and many, “Mathematical Markup Language (MathML) Version 3.0”, W3C Recommendation 21 October 2010, <http://www.w3.org/TR/MathML3/> (достъпена 02.04.2011г.)
- [25] Source Forge, “The Universal MathML Manager (UMM)”, <http://umm.sourceforge.net/> (достъпена 02.04.2011г.)
- [26] Steve, “Using LaTeX in WordPress – LatexRender as a plugin”, <http://sixthform.info/steve/wordpress/?p=13>, 9th August 2004 (достъпена 02.04.2011г.)
- [27] Flanagan, David (2006). JavaScript: The Definitive Guide (5th ed.). O'Reilly & Associates. ISBN 0-596-10199-6
- [28] WordPress Official Web Page, <http://www.wordpress.org> (достъпена 02.04.2011г.)
- [29] ZOHO Corporation, “Easy Online Word Processor”, <http://writer.zoho.com> (достъпена 02.04.2011г.)

### ЗА АВТОРА И СТАТИЯТА

Филип Петров е докторант по „Методика на обучение по математика” в Югозападен Университет „Неофит Рилски”.

Изследванията в статията са частично финансирани от университетски фонд научни изследвания към ЮЗУ „Неофит Рилски“ по проект “Технологии и методика за разработване на мултимедийни симулационно базирани учебни обекти”

### **БЛАГОДАРНОСТИ**

Авторът изказва благодарности на Мъри Борн (Murray Bourne) - преподавател по математика, работил последователно в Австралия, Япония и Сингапур, който поддържа много популярен портал с ресурси по математика за учители и ученици (<http://www.intmath.com/>). Голяма част от изследваните технологии са практически изпитани в реална среда именно чрез неговите уеб ресурси.